

CODE

3

पेपर-1

P1-14-3

1130733

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 180

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें। आपको 5 मिनट विशेष रूप से इस काम के लिए दिये गये हैं।

निर्देश

A. सामान्य :

1. यह पुस्तिका आपका प्रश्न-पत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक निरीक्षकों के द्वारा इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्न-पत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी बाएँ कोने और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर छपा है।
3. कच्चे कार्य के लिए खाली पृष्ठ और खाली स्थान इस पुस्तिका में ही हैं। कच्चे कार्य के लिए कोई अतिरिक्त कागज नहीं दिया जायेगा।
4. कोरे कागज, क्लिप बोर्ड, लॉग तालिका, स्लाइड रूल, कैल्कुलेटर, कैमरा, सेलफोन, पेजर और किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण परीक्षा कक्ष में अनुमत नहीं हैं।
5. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम और रोल नम्बर लिखिए।
6. प्रश्नों के उत्तर और अपनी व्यक्तिगत जानकारियाँ एक ऑप्टिकल रिस्पांस शीट, जो अलग से दिया जाएगा, पर भरी जायेगी। ओ.आर.एस. समरूप विन्यास वाली ऊपरी और निचली दो शीटों का युग्म है। ऊपरी पृष्ठ मशीन-जाँच्य ऑब्जेक्टिव रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस., ORS) है, जो निरीक्षक द्वारा परीक्षा समाप्ति पर वापस ले ली जायेगी। ऊपरी पृष्ठ इस प्रकार डिजाईन किया गया है कि बुलबुले को पेन से काला करने पर यह निचले पृष्ठ के संगत स्थान पर समरूप निशान छोड़ता है। आप निचले पृष्ठ को परीक्षा समाप्ति पर अपने साथ ले जा सकते हैं। (देखें: पिछले पृष्ठ आवरण पर चित्र-1 वैध उत्तर के लिए बुलबुले को भरने का सही तरीका)
7. ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों (BUBBLES) को केवल काले बॉल प्वाइंट कलम से काला करें। इतना दबाव डालें कि निचले डुप्लीकेट पृष्ठ पर निशान बन जाये। (देखें: पिछले पृष्ठ आवरण पर चित्र-1 वैध उत्तर के लिए बुलबुले को भरने का सही तरीका)
8. ओ.आर.एस. (ORS) या इस पुस्तिका में हेर-फेर / विकृति न करें।
9. इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के पश्चात् कृपया जाँच लें कि इसमें 28 पृष्ठ हैं और सभी 60 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। सभी खंडों के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

B. ओ.आर.एस. (ORS) के दाएँ भाग को भरना

10. ओ.आर.एस. के दाएँ और बाएँ भाग में भी कोड छपे हुए हैं।
11. सुनिश्चित करें कि ओ.आर.एस. (बाएँ और दाएँ दोनों भागों) पर छपा कोड इस पुस्तिका पर छपे कोड के समान ही है और निर्दिष्ट बॉक्स R4 में अपने हस्ताक्षर करें।
12. यदि कोड भिन्न हैं तो इस पुस्तिका / ओ.आर.एस. को यथानुसार बदलने की माँग करें।
13. अपना नाम, रोल नं. और परीक्षा केंद्र का नाम ओ.आर.एस. के ऊपरी पृष्ठ में दिए गए खानों में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी जानकारी कहीं और न लिखें। रोल नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले (BUBBLE) को इस तरह से काला करें कि निचले पृष्ठ पर भी निशान बन जाए। (देखें उदाहरण: पिछले पृष्ठ पर चित्र-2)

C. प्रश्न-पत्र का प्रारूप

इस प्रश्न-पत्र के तीन भाग (भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित) हैं। हर भाग के दो खंड हैं।

14. खंड 1 में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। हर प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।
15. खंड 2 में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल अंकीय पूर्णांक है।

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहर न तोड़ें

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें।

	विषय	खण्ड		पृष्ठ संख्या
भाग I	भौतिक विज्ञान	1	एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार	3 - 7
		2	एक पूर्णांक मान सही प्रकार	8 - 12
भाग II	रसायन विज्ञान	1	एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार	13 - 17
		2	एक पूर्णांक मान सही प्रकार	18 - 19
भाग III	गणित	1	एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार	20 - 23
		2	एक पूर्णांक मान सही प्रकार	24 - 26

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\frac{500}{200} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 5}$$

$$\frac{500}{400}$$



PART I : PHYSICS

खण्ड - 1 : (एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार)

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।

1. x दिशा के अनुदिश 3m लम्बाई की एक तनित डोरी का एक सिरा $x = 0$ पर जड़ित (fixed) है। डोरी में तरंग की गति 100 ms⁻¹ है। डोरी का दूसरा सिरा y दिशा के अनुदिश इस प्रकार कम्पन कर रहा है कि डोरी में अप्रगामी तरंगें बन रही हैं। इन अप्रगामी तरंगों के संभावित तरंगरूप (waveform) है/हैं।

- (A) $y(t) = A \sin \frac{\pi x}{6} \cos \frac{50\pi t}{3}$ ✓
 (C) $y(t) = A \sin \frac{5\pi x}{6} \cos \frac{250\pi t}{3}$ ✓
 (B) $y(t) = A \sin \frac{\pi x}{3} \cos \frac{100\pi t}{3}$ ✗
 (D) $y(t) = A \sin \frac{5\pi x}{2} \cos 250\pi t$ ✗

2. एक बिन्दु आवेश Q, एक एकसमान रेखीय आवेश घनत्व (Linear charge density) λ वाले अनन्त लम्बाई के तार तथा एक एकसमान पृष्ठ आवेश घनत्व (uniform surface charge density) σ वाले अनन्त समतल चादर के कारण r दूरी पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रतायें क्रमशः $E_1(r)$, $E_2(r)$ तथा $E_3(r)$ हैं। यदि एक दी गई दूरी r_0 पर $E_1(r_0) = E_2(r_0) = E_3(r_0)$ तब

- (A) $Q = 4\sigma\pi r_0^2$
 (C) $E_1(r_0/2) = 2E_2(r_0/2)$
 (B) $r_0 = \frac{\lambda}{2\pi\sigma}$ ✗
 (D) $E_2(r_0/2) = 4E_3(r_0/2)$ ✗

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$kV = w$

$\frac{2k\lambda}{r} \times \pi \times 2$

$\frac{4k\lambda}{r} \times \pi \times 1$

$\frac{5\pi}{r} \times \lambda = \frac{2\pi\sigma}{2}$

$\frac{kQ}{r_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$Q = \frac{\sigma r_0}{2\epsilon_0}$

$\Delta\phi = k \Delta n$

$E_1 = \frac{kQ}{r}$

$E_2 = \frac{2k\lambda}{r} \times \pi \times 2$

$= 2\pi k \lambda \times \frac{2}{r}$

$E_3 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_2 = \frac{2k\lambda}{r_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$\frac{2k\lambda}{r_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$\lambda = \frac{\sigma r_0}{4\pi k \epsilon_0}$

$Q = \frac{\sigma \times r_0}{2\epsilon_0}$

$Q = 3m$

$\frac{\pi}{3} \times v = \frac{100\pi}{3}$

$v = 100$

$r_0 = \frac{2k\lambda}{\sigma} \times 2\epsilon_0$

$r_0 = \frac{2 \times \frac{\sigma r_0}{4\pi k \epsilon_0} \times 2\epsilon_0}{\sigma}$

$\frac{1}{\pi\sigma}$

*3

$Q = \frac{\sigma r_0}{2\epsilon_0}$

$Q = \frac{\sigma \times r_0}{2\epsilon_0}$

$2\pi\sigma r_0$

$\Delta\theta = \frac{\lambda}{d}$

$\beta = \frac{\lambda}{d} \approx \frac{\lambda}{d}$

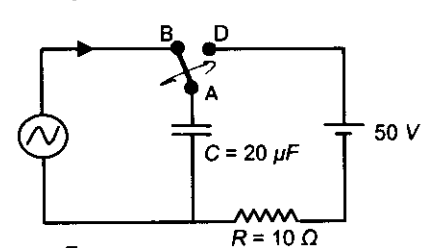
$\beta_1 < \beta_2$ $\therefore \beta_2 > \beta_1$

3. यंग के द्वि झिरी (double slit) प्रयोग में प्रयुक्त प्रकाश स्रोत दो तरंगदैर्घ्यों $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ तथा $\lambda_2 = 600 \text{ nm}$ को उत्सर्जित करता है। यदि तरंगदैर्घ्यों λ_1 तथा λ_2 के लिए अभिलिखित (recorded) फ्रिंज चौड़ाई क्रमशः β_1 तथा β_2 है तथा केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज के एक ओर y दूरी तक फ्रिंजों की संख्या क्रमशः m_1 तथा m_2 है, तब
- (A) $\beta_2 > \beta_1$
 - (B) $m_1 > m_2$
 - (C) केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज से λ_2 की तीसरी दीप्त फ्रिंज λ_1 की पाँचवीं अदीप्त फ्रिंज को ढकती है।
 - (D) λ_1 की फ्रिंजों का कोणीय पृथक्करण (angular separation) λ_2 की फ्रिंजों के कोणीय पृथक्करण से अधिक है।

$\beta_1 = \frac{\lambda_1}{d} = \frac{400}{d}$
 $\beta_2 = \frac{\lambda_2}{d} = \frac{600}{d}$

$\beta_1 = \frac{3 \times 400}{d} > \beta_2 = \frac{1200}{d}$
 $= \frac{3 \times 400}{d} \times \frac{d}{3} > \frac{1200}{d}$

4. चित्र में दर्शाए गये परिपथ में समय $t = 0$ पर बिन्दु A को स्विच द्वारा बिन्दु B से जोड़ा जाता है। इससे परिपथ में एक प्रत्यावर्ती धारा $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ चित्र में दिखाई गई दिशा में बहने लगती है, जहाँ $I_0 = 1 \text{ A}$ तथा $\omega = 500 \text{ rad s}^{-1}$ । समय $t = \frac{7\pi}{6\omega}$ पर स्विच को बिन्दु B से हटाकर बिन्दु D से जोड़ा जाता है। इसके पश्चात् सिर्फ A तथा D जुड़े हुए हैं। संधारित्र को पूरी तरह आवेशित करने के लिए बैटरी से कुल आवेश Q प्रवाहित होता है। यदि $C = 20 \mu\text{F}$, $R = 10 \Omega$ तथा बैटरी 50 V विद्युत वाहक बल वाली आदर्श बैटरी हो तब सही विकल्प / विकल्पों को चुनिए।



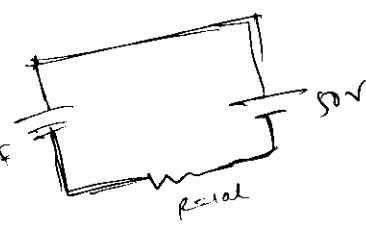
$I = I_0 \cos(500t)$

- (A) संधारित्र पर समय $t = \frac{7\pi}{6\omega}$ से पहले अधिकतम आवेश का परिमाण $1 \times 10^{-3} \text{ C}$ है।
- (B) बाएँ परिपथ में समय $t = \frac{7\pi}{6\omega}$ से ठीक पहले विद्युत धारा दक्षिणावर्ती (clockwise) है।
- (C) बिन्दु A को बिन्दु D से जोड़ने के तुरन्त पश्चात् प्रतिरोध R में विद्युत धारा का मान 10 A है।
- (D) $Q = 2 \times 10^{-3} \text{ C}$.

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$\frac{32}{2e}$

$Q = 20 \times 10$
 $Q = 10 \times 20 \mu\text{F}$



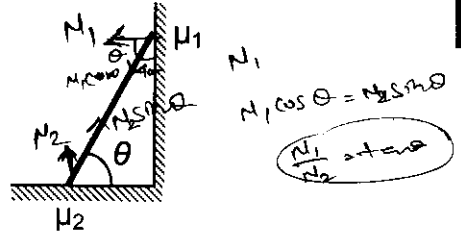
$Q = 1 \times e^{-\frac{7\pi}{6 \times 500 \times 20 \times 10^{-6}}}$
 $Q = 1 \times 1$

$Q = Q_0$



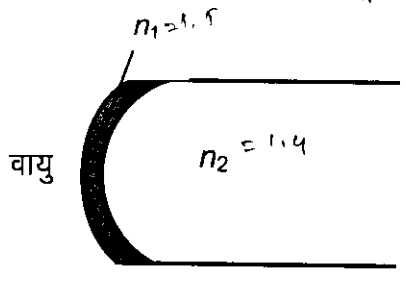
5. द्रव्यमान m वाली एक सीढ़ी दीवार के सहारे तिरछी खड़ी है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। क्षैतिज फर्श से θ कोण बनाते हुए यह स्थैतिक साम्यावस्था में है। दीवार व सीढ़ी के बीच घर्षण गुणांक μ_1 है तथा फर्श व सीढ़ी के बीच घर्षण गुणांक μ_2 है। दीवार द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्बित प्रतिक्रिया बल N_1 तथा फर्श द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्बित प्रतिक्रिया बल N_2 है। जब सीढ़ी सरकने वाली हो, तब

- (A) $\mu_1 = 0 \quad \mu_2 \neq 0$ तथा $N_2 \tan \theta = \frac{mg}{2}$
- (B) $\mu_1 \neq 0 \quad \mu_2 = 0$ तथा $N_1 \tan \theta = \frac{mg}{2}$
- (C) $\mu_1 \neq 0 \quad \mu_2 \neq 0$ तथा $N_2 = \frac{mg}{1 + \mu_1 \mu_2}$
- (D) $\mu_1 = 0 \quad \mu_2 \neq 0$ तथा $N_1 \tan \theta = \frac{mg}{2}$



6. काँच के एक लम्बे व ठोस बेलन, जिसका अपवर्तनांक $n_2 = 1.5$ है, का एक छोर गोलीय है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इस गोलीय पृष्ठ की त्रिज्या R है और इस पर $n_1 = 1.4$ अपवर्तनांक की एकसमान मोटाई वाली एक पारदर्शी पतली फिल्म लगी है। वायु से फिल्म में होकर काँच में जाने वाली प्रकाश की किरणें जो कि बेलन के अक्ष के समांतर हैं, फिल्म से f_1 दूरी पर फोकसित होती हैं, जबकि काँच से वायु में जाने वाली किरणें फिल्म से f_2 दूरी पर फोकस होती हैं। तब

- (A) $|f_1| = 3R$
- (B) $|f_1| = 2.8R$
- (C) $|f_2| = 2R$
- (D) $|f_2| = 1.4R$



कच्चे कार्य के लिए स्थान



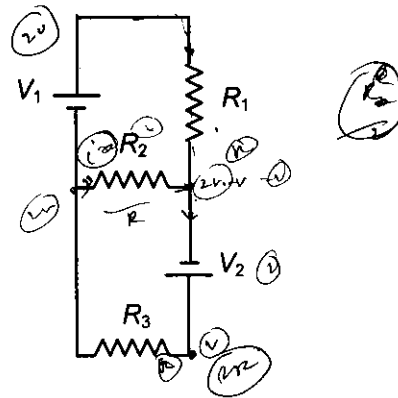
7. विद्युत वाहक बल V_1 तथा V_2 वाली दो आदर्श बैटरी तथा तीन प्रतिरोध R_1 , R_2 व R_3 चित्र में दर्शाए गए क्रम के अनुसार जुड़े हुए हैं। प्रतिरोध R_2 में बहने वाली विद्युत धारा शून्य होगी, यदि

(A) $V_1 = V_2$ तथा $R_1 = R_2 = R_3$

(B) $V_1 = V_2$ तथा $R_1 = 2R_2 = R_3$

(C) $V_1 = 2V_2$ तथा $2R_1 = 2R_2 = R_3$

(D) $2V_1 = V_2$ तथा $2R_1 = R_2 = R_3$



8. एक विद्यार्थी एक अनुनाद स्तम्भ तथा एक स्वरित्र द्विभुज (tuning fork), जिसकी आवृत्ति $244 s^{-1}$ है, को उपयोग में लाते हुए एक प्रयोग करता है। उसे बताया गया है कि नली में वायु के स्थान पर एक अन्य गैस भरी हुई है। (मान लीजिए स्तम्भ सदैव गैस से भरा रहता है।) यदि अनुनाद की स्थिति के लिए न्यूनतम ऊँचाई $(0.350 \pm 0.005) m$ है, तब नली में उपस्थित गैस है / हैं :

$e = 0.005$

(उपयोगी सूचना : $\sqrt{167RT} = 640 J^{1/2} mole^{-1/2}$; $\sqrt{140RT} = 590 J^{1/2} mole^{-1/2}$ तथा प्रत्येक गैस के लिए उनके मोलर द्रव्यमान M ग्राम का मान विकल्पों में दिए हैं। $\sqrt{\frac{10}{M}}$ का मान जैसा कि वहाँ दिया गया है, वही प्रयोग करें।

(A) निऑन ($M = 20, \sqrt{\frac{10}{20}} = \frac{7}{10}$)

(B) नाइट्रोजन ($M = 28, \sqrt{\frac{10}{28}} = \frac{3}{5}$)

(C) ऑक्सीजन ($M = 32, \sqrt{\frac{10}{32}} = \frac{9}{16}$)

(D) ऑर्गन ($M = 36, \sqrt{\frac{10}{36}} = \frac{17}{32}$)

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$l_1 + e = \frac{\lambda}{4}$

$0.910 + 0.005 = \frac{\lambda}{4}$

$(0.355) \times 4 = \lambda$

$\lambda = 1.42$

$\lambda = 1.42 \times 244$

$= \frac{488}{10}$

24.4×10

346.28

$v = \sqrt{\frac{VRT}{M_0}}$

$v = \sqrt{\frac{5RT}{20}}$

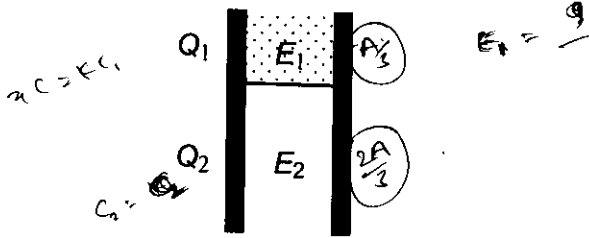
$v = \sqrt{\frac{5RT}{32}}$

$346.28 = \sqrt{\frac{5RT}{32}}$

$1 + \frac{2}{5}$
 $1 + \frac{2}{3}$



9. चित्र में दर्शाए गए एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच रखा परावैद्युतांक K का एक परावैद्युत (Dielectric) गुटका पट्टिकाओं के क्षेत्रफल का $1/3$ भाग ढकता है। संधारित्र की कुल धारिता C है, जबकि वह भाग, जहाँ परावैद्युत गुटका रखा है, की धारिता C_1 है। संधारित्र को आवेशित करने पर पट्टिकाओं के उस भाग में जहाँ परावैद्युत रखा है, आवेश Q_1 तथा शेष क्षेत्रफल में आवेश Q_2 समाग्रहित होता है। परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र E_1 तथा शेष भाग में विद्युत क्षेत्र E_2 है। कोर प्रभाव (edge effects) की उपेक्षा करते हुए सही विकल्प / विकल्पों को चुनिए।



- (A) $\frac{E_1}{E_2} = 1$ (B) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{K}$ (C) $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{K}$ (D) $\frac{C}{C_1} = \frac{2+K}{K}$

10. विद्युत केतली का हीटर L लम्बाई तथा d व्यास वाले एक तार से बना है। इससे 0.5 kg जल के तापमान में 40 K की वृद्धि करने के लिए 4 मिनट का समय लगता है। इस हीटर के स्थान पर एक नया हीटर उपयोग में लाया जाता है जिसमें L लम्बाई तथा $2d$ व्यास वाले उसी पदार्थ के दो तार लगे हैं। इसी समान मात्रा के जल के तापमान में 40 K की वृद्धि करने में कितने मिनट लगेंगे? तारों के संयोजन की विधि विकल्पों में दी गई है।

- (A) 4 यदि दोनों तार समान्तर में हैं। (B) 2 यदि दोनों तार श्रेणी (series) में हैं।
 (C) 1 यदि दोनों तार श्रेणी में हैं। (D) 0.5 यदि दोनों तार समान्तर में हैं।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$C_1 = \frac{K \times A \epsilon_0}{d}$$

$$C_2 = \frac{K \epsilon_0}{3d}$$

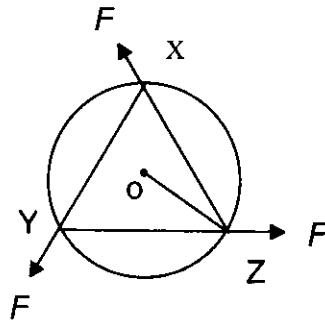
$$\frac{C}{C_1} = \frac{A \epsilon_0}{\frac{K A \epsilon_0}{3d}}$$



खण्ड - 2 : (एक पूर्णांक मान सही प्रकार)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न को हल करने पर परिणाम 0 से 9 (दोनों शामिल) के बीच का एक पूर्णांक मान होगा ।

11. एक एकसमान वृत्ताकार डिस्क जिसका द्रव्यमान 1.5 kg तथा त्रिज्या 0.5 m है, प्रारम्भ में घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर विरामावस्था में है । बराबर परिमाण $F = 0.5 \text{ N}$ वाले तीन बल एक साथ $t = 0$ पर चित्र में दिखाये गये समबाहु त्रिभुज XYZ , जिसके शीर्ष बिन्दु डिस्क की परिधि पर स्थित हैं, की भुजाओं के अनुदिश लगाए जाते हैं । बलों को लगाने के 1 सेकण्ड पश्चात् डिस्क की कोणीय गति, rad s^{-1} में है :



3

12. एक गैल्वनोमीटर 0.006 A की धारा प्रवाहित करने पर पूर्ण विक्षेप देता है । इसके साथ 4990Ω का प्रतिरोध लगाने पर इसे $0 - 30 \text{ V}$ परास वाले वोल्टमापी (voltmeter) में परिवर्तित किया जा सकता है । गैल्वनोमीटर के साथ $\frac{2n}{249} \Omega$ का प्रतिरोध लगाने पर यह $0 - 1.5 \text{ A}$ परास वाले धारामापी (ammeter) में परिवर्तित हो जाता है । n का मान है :

4

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$V = 0.006 \times R$$

$$R_g = \frac{V}{I_g} \times 4990$$

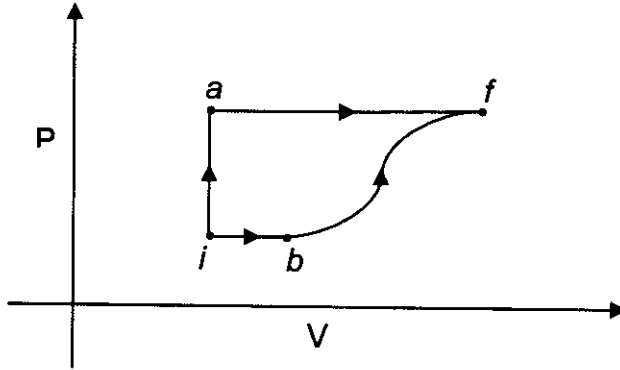
$$V = 0.006 \times 4990$$

$$29.94 \text{ Volt}$$

$$S = \frac{I_g R_g}{I}$$



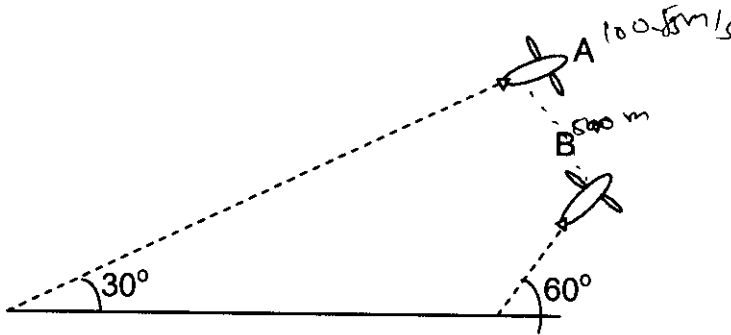
13. एक ऊष्मागतिक तंत्र (thermodynamic system) अपनी प्रारम्भिक अवस्था i , जिस पर उसकी आन्तरिक ऊर्जा $U_i = 100 J$ है, से अन्तिम अवस्था f तक दो भिन्न पथों iaf तथा ibf के अनुदिश लाया जाता है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। पथ af , ib तथा bf के लिए किया गया कार्य क्रमशः $W_{af} = 200 J$, $W_{ib} = 50 J$ तथा $W_{bf} = 100 J$ है। पथ iaf , ib तथा bf के अनुदिश, तंत्र को दी गई ऊष्मा क्रमशः Q_{iaf} , Q_{ib} तथा Q_{bf} हैं। यदि अवस्था b पर तंत्र की आन्तरिक ऊर्जा $U_b = 200 J$ तथा $Q_{iaf} = 500 J$ है, तब अनुपात Q_{bf}/Q_{ib} होगा :



6

14. विमान A तथा विमान B नियत वेग से क्षैतिज से क्रमशः 30° तथा 60° का कोण बनाते हुए एक ही ऊर्ध्व तल में उड़ान भर रहे हैं। जैसा चित्र में दर्शाया गया है। विमान A की गति $100\sqrt{3} ms^{-1}$ है। समय $t = 0 s$ पर विमान A में एक प्रेक्षक के अनुसार B उससे $500 m$ की दूरी पर है। प्रेक्षक के अनुसार विमान B एक नियत वेग से A की गति की दिशा के लम्बवत दिशा में गतिमान है। यदि समय $t = t_0$ पर विमान A विमान B से टकराने से बाल-बाल बचता है, तब समय t_0 का सेकण्ड में मान है :

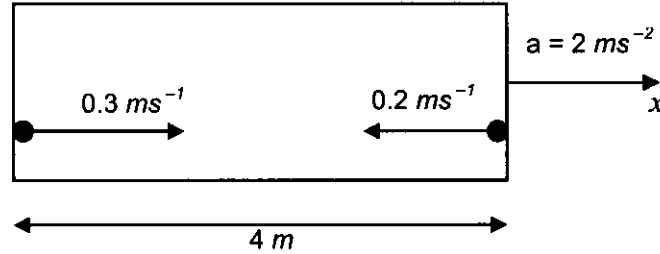
6



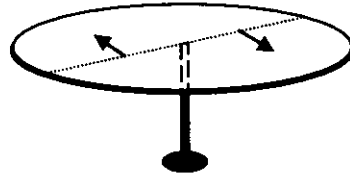
कच्चे कार्य के लिए स्थान



15. एक राकेट गुरुत्वहीन अंतरिक्ष में नियत त्वरण 2 ms^{-2} से $+x$ दिशा में गतिमान है (चित्र देखिए)। राकेट के कक्ष की लम्बाई 4 m है। कक्ष की बाईं दीवार से एक गेंद राकेट के सापेक्ष 0.3 ms^{-1} की गति से $+x$ दिशा के अनुदिश फेंकी जाती है। ठीक उसी समय, एक दूसरी गेंद कक्ष की दाईं दीवार से राकेट के सापेक्ष 0.2 ms^{-1} की गति से $-x$ दिशा के अनुदिश फेंकी जाती है। दोनों गेंदों के एक दूसरे से टकराने तक लगने वाला समय सेकण्ड में है :



16. चित्र में दिखाया गया 0.5 m त्रिज्या तथा 0.45 kg द्रव्यमान वाला एक क्षैतिज वृत्तीय प्लेटफार्म अपने अक्ष के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र है। दो द्रव्यमान रहित कमानी वाली खिलौना बन्दूकें (toy-guns), जिन पर 0.05 kg द्रव्यमान वाली स्टील की गेंद लगी है, प्लेटफार्म के व्यास पर केंद्र से 0.25 m की दूरी पर, केन्द्र के दोनों ओर स्थित हैं। दोनों बन्दूकें एक साथ गोलियों को व्यास के लम्बवत्, क्षैतिज तल में विपरीत दिशा में दागती हैं। प्लेटफार्म को छोड़ने के पश्चात् गोलियों की भूमि के सापेक्ष क्षैतिज दिशा में गति 9 ms^{-1} है। गोलियों के प्लेटफार्म छोड़ने के पश्चात् प्लेटफार्म की घूर्णीय गति rad s^{-1} में है :

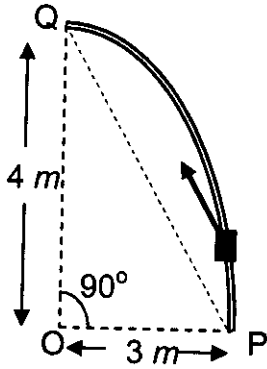


कच्चे कार्य के लिए स्थान



17. कोहरे की स्थिति में वह दूरी d , जहाँ से सिग्नल स्पष्ट रूप से दिखाई दे, जानने के लिये एक रेलवे इंजीनियर विमीय विश्लेषण का प्रयोग करता है। उसके अनुसार यह दूरी d कोहरे के द्रव्यमान घनत्व ρ , सिग्नल के प्रकाश की तीव्रता S (शक्ति/क्षेत्रफल) तथा उसकी आवृत्ति f पर निर्भर है। यदि इंजीनियर d को $S^{1/n}$ के समानुपाती पाता है, तब n का मान है : (4)

18. चित्र में दिखाई गई एक दीर्घ वृत्ताकार पटरी (rail) PQ ऊर्ध्व तल में स्थित है तथा दूरियाँ $OP = 3 m$ और $OQ = 4 m$ हैं। $1 kg$ द्रव्यमान के एक गुटके को पटरी पर P से Q तक $18 N$ बल से खींचा जाता है; बल की दिशा सदैव रेखा PQ के समान्तर है (चित्र देखिये)। घर्षण के कारण होने वाली क्षति को नगण्य मानते हुए गुटके के बिन्दु Q पर पहुँचने पर उसकी गतिज ऊर्जा ($n \times 10$) जूल है। n का मान है (गुरुत्वीय त्वरण का मान $= 10 ms^{-2}$ है) : (6)



कच्चे कार्य के लिए स्थान



19. सर्ल के प्रयोग में वर्नियर पैमाने का शून्य मुख्य पैमाने पर $3.20 \times 10^{-2} m$ तथा $3.25 \times 10^{-2} m$ के बीच है। वर्नियर पैमाने का बीसवाँ भाग (20^{th} division) मुख्य पैमाने के किसी एक भाग के बिलकुल सीध में है। तार पर $2 kg$ का अतिरिक्त भार लगाने पर, यह देखा गया कि वर्नियर पैमाने का शून्य अभी भी मुख्य पैमाने पर $3.20 \times 10^{-2} m$ तथा $3.25 \times 10^{-2} m$ के बीच है, परन्तु अब वर्नियर पैमाने का पैंतालिसवाँ भाग (45^{th} division) मुख्य पैमाने के किसी अन्य भाग के बिलकुल सीध में है। धातु के पतले तार की लम्बाई $2 m$ तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $8 \times 10^{-7} m^2$ है। वर्नियर पैमाने का अल्पतमांक (least count) $1.0 \times 10^{-5} m$ है। तार के यंग प्रत्यास्थता गुणांक (Young's Modulus) में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि है :

(2)

20. दो समान्तर तार कागज के तल में एक दूसरे से X_0 दूरी पर हैं। दोनों तारों के बीच एक बिन्दु आवेश, जो उसी तल में है तथा एक तार से X_1 दूरी पर है, चाल u से गतिमान है। जब तारों में परिमाण I की विद्युत धारा एक ही दिशा में प्रवाहित की जाती है, बिन्दु आवेश के पथ की वक्रता त्रिज्या R_1 है। इसके विपरीत, यदि दोनों तारों में धारा I की दिशा एक दूसरे के विपरीत हो, तब पथ की वक्रता त्रिज्या R_2 है। यदि $\frac{X_0}{X_1} = 3$ तब $\frac{R_1}{R_2}$ का मान है :

(4)

कच्चे कार्य के लिए स्थान

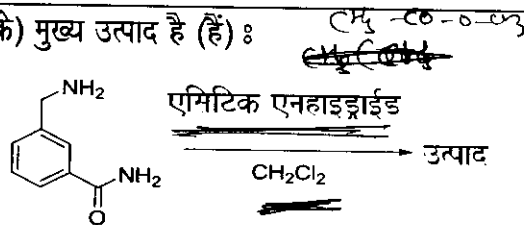


PART II : CHEMISTRY

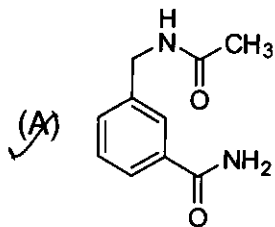
खण्ड - 1 : (एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार)

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।

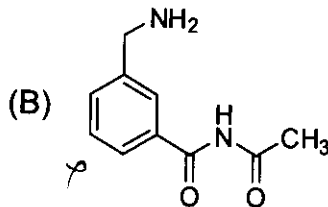
21. निम्नलिखित अभिक्रिया का (के) मुख्य उत्पाद है (हैं) :



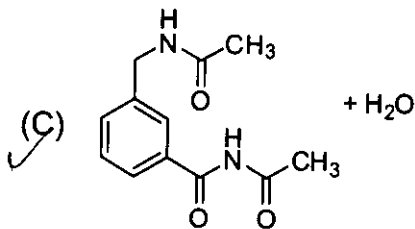
CHEMISTRY



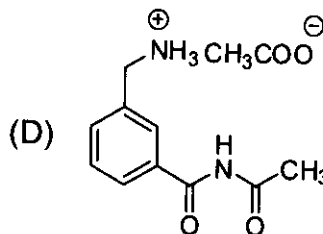
+ CH₃COOH



+ CH₃COOH



+ H₂O



कच्चे कार्य के लिए स्थान



22. हाइड्रोजन बन्ध निम्न परिघट्टन/परिघट्टनों में केन्द्रीय भूमिका निभाता है :

- (A) बर्फ पानी में तैरती है ✓
 (B) जलीय विलयन (Solution) में तृतीयक एमीन की अपेक्षा प्राथमिक एमीन की अधिक लुईस क्षारकता। ✓
 (C) एसीटिक अम्ल की अपेक्षा फार्मिक अम्ल अधिक अम्लीय है। ✓
 (D) बेन्जीन में एसीटिक अम्ल का द्वितयन (dimerisation)।

23. गैल्वानिक सेल में, लवण सेतु (salt bridge)

- (A) सेल अभिक्रिया में रसायनतः भाग नहीं लेता। ✓
 (B) आयनों का विसरण एक इलेक्ट्रोड से दूसरे इलेक्ट्रोड पर बन्द करता है। ✓
 (C) सेल अभिक्रिया होने के लिए अनिवार्य है। ✓
 (D) दोनों विद्युत-अपघटनी (electrolytic) विलयन की मिश्रणता को सुनिश्चित करता है। ✓

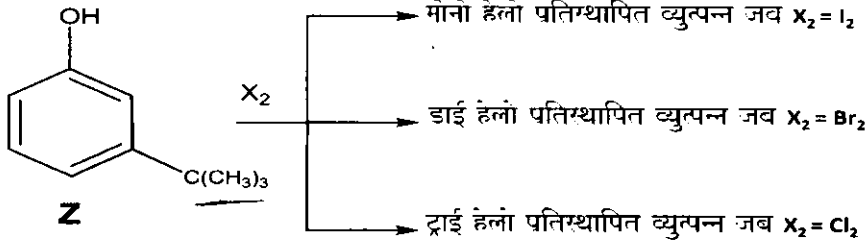
24. अभिकर्मकों का जोड़ा जो अनुचुम्बकीय (paramagnetic) पदार्थ देता है (देते हैं)।

- (A) Na और अधिकता में NH_3 ~~$\text{Na}(\text{NH}_3)_2$~~ $\text{Na}_2\text{N}_2\text{O}$
 (B) K और अधिकता में O_2 K_2O_2
 (C) Cu और तनु HNO_3 NO (O_2^+)
 (D) O_2 और 2-एथिलएन्थ्राक्विनॉल (2-ethylanthraquinol)

कच्चे कार्य के लिए स्थान



25. यौगिक Z की भिन्न - भिन्न हैलोजनों के साथ अभिक्रियाशीलता उपयुक्त शर्तों में नीचे दर्शित है :



इलेक्ट्रॉनस्नेही प्रतिस्थापन (electrophilic substitution) से प्राप्त पैटर्न को स्पष्टीकृत किया जा सकता है

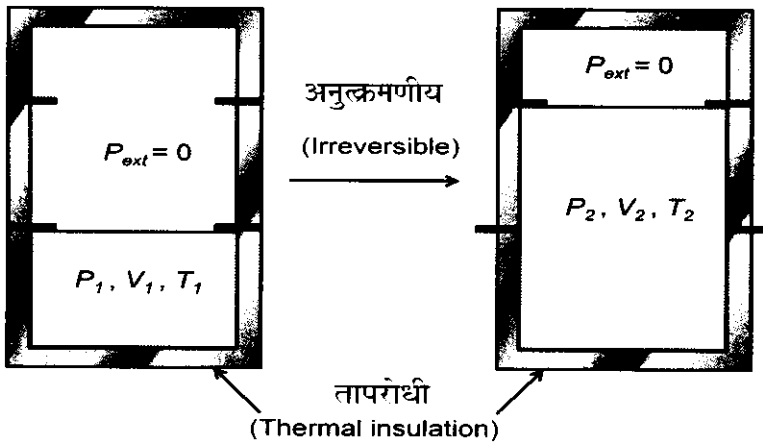
(A) हैलोजन के त्रिविमी प्रभाव (steric effect) द्वारा ✓

(B) तृतीयक-ब्यूटाइल समूह के त्रिविमी प्रभाव द्वारा ✓

(C) फीनाॅलिक समूह के इलेक्ट्रॉनिक प्रभाव द्वारा ✓

(D) तृतीयक-ब्यूटाइल समूह के इलेक्ट्रॉनिक प्रभाव द्वारा ✗

26. उष्मारोधी (thermally insulated) बर्तन में एक आदर्श गैस आन्तरिक दबाव = P_1 , आयतन = V_1 तथा परमताप = T_1 पर शून्य बाह्य दबाव के विरुद्ध नीचे दर्शाये चित्रानुसार अनुत्क्रमणीय (irreversibly) प्रसारित होती है। गैस का आखिरी आन्तरिक दबाव, आयतन एवं परमताप क्रमशः P_2 , V_2 तथा T_2 है। इस विस्तारण के लिए



(A) $q = 0$ ✓

(B) $T_2 = T_1$ ✓

(C) $P_2 V_2 = P_1 V_1$ ✓

(D) $P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma$ ✗

कच्चे कार्य के लिए स्थान

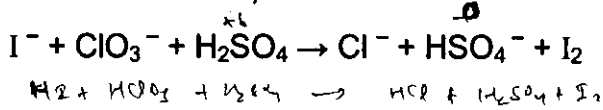


H_2SO_4

27. आर्थोबोरिक अम्ल के लिए सही कथन है (हैं) :

- (A) यह स्वतः आयनन (ionization) के कारण दुर्बल अम्ल की तरह व्यवहार करता है। ✓
- (B) इसके जलीय विलयन में एथिलीन ग्लाइकॉल डालने से अम्लीयता बढ़ती है। ✗
- (C) हाइड्रोजन बन्ध के कारण यह त्रिविम (three dimensional) संरचना रखता है। ✓
- (D) जल में यह दुर्बल विद्युत-अपघट्य (electrolyte) है। ✓

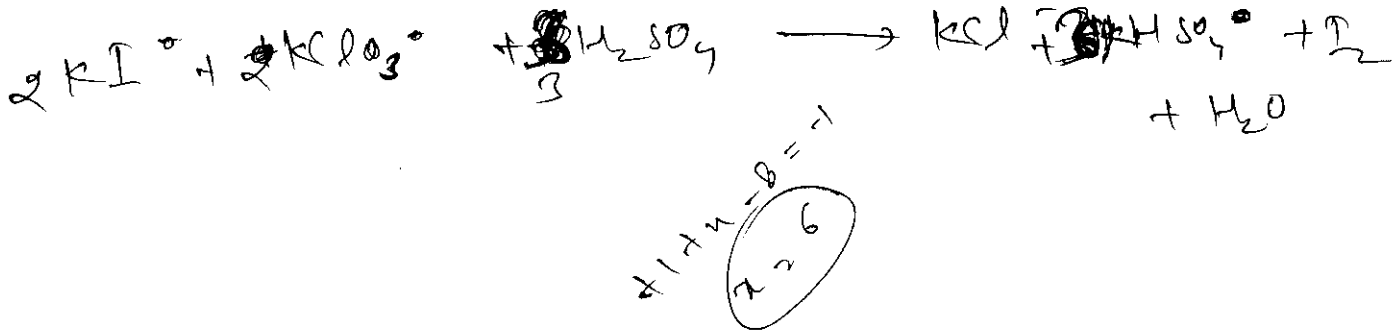
28. निम्नलिखित अभिक्रिया के लिए



सन्तुलित समीकरण में, इस अभिक्रिया के लिए सत्य कथन है (हैं) :

- ✓ (A) HSO_4^- का उचित तत्वानुपाती गुणांक (Stoichiometric Coefficient) 6 है।
- ✓ (B) आयोडीन आक्सीकृत हो गया।
- (C) सल्फर अपचयित हो गया। ✗
- ✓ (D) एक उत्पाद जल है।

कच्चे कार्य के लिए स्थान



5-5
~~2~~ ①

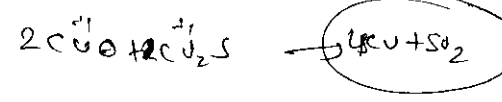
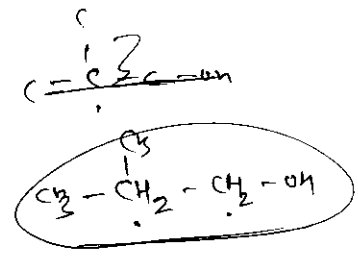
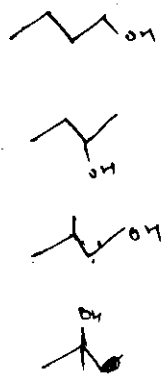
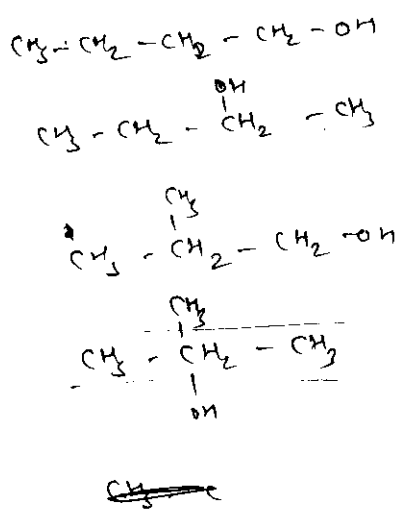
29. आणविक सूत्र $C_4H_{10}O$ वाले समावयवी (isomeric) ऐल्कोहॉलों के सही नामों के संयुक्त हैं (हैं) :

- (A) तृतीयक-ब्यूटेनॉल (tert-butanol) एवं 2-मेथिलप्रोपेन-2-ऑल ✓
- (B) तृतीयक-ब्यूटेनॉल एवं 1, 1-डाइमेथिलईथेन-1-ऑल ✗
- (C) n-ब्यूटेनॉल एवं ब्यूटेन-1-ऑल ✗
- (D) आइसोब्यूटिल ऐल्कोहॉल एवं 2-मेथिलप्रोपेन-1-ऑल ✓

30. वह (वे) अभिकर्मक (reagent) जो Cu_2S के साथ गरम करने पर कापर धातु देता है (देते हैं) :

- ✗ (A) $CuFeS_2 + Cu_2S \rightarrow$
- ✗ (B) $CuO + Cu_2S \rightarrow$
- ✗ (C) $Cu_2O + Cu_2S \rightarrow$
- ✓ (D) $CuSO_4 + Cu_2S \rightarrow Cu$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

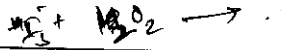


CHEMISTRY



खण्ड - 2 : (एक पूर्णांक मान सही प्रकार)

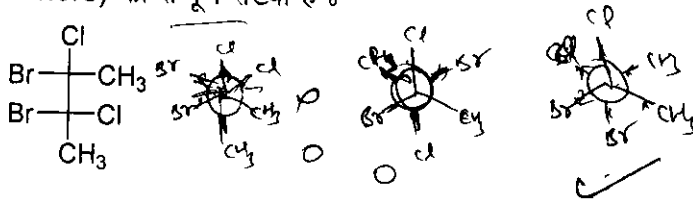
इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न को हल करने पर परिणाम 0 से 9 (दोनों शामिल) के बीच का एक पूर्णांक मान होगा ।



31. निम्नलिखित अभिकर्मकों की सूची पर विचार करें :

अम्लीय $K_2Cr_2O_7$, क्षारीय $KMnO_4$, $CuSO_4$, H_2O_2 , Cl_2 , O_3 , $FeCl_3$, HNO_3 और $Na_2S_2O_3$.
जलीय आयोडाइड को आयोडीन में आक्सीकृत करने वाले अभिकर्मकों की सम्पूर्ण संख्या बतायें । (3)

32. निम्नलिखित यौगिक में शून्येतर द्विध्रुव आघूर्ण (non-zero dipole moment) वाले स्थायी संरूपणीय समावयवों (conformers) की सम्पूर्ण संख्या है :



33. PbS , CuS , HgS , MnS , Ag_2S , NiS , CoS , Bi_2S_3 और SnS_2 में से काले रंग के सल्फाइडों की सम्पूर्ण संख्या कितनी है ? (7)

34. सूत्र XZ_4 वाले पदार्थों की सूची नीचे दी गयी है :

XeF_4 , SF_4 , SiF_4 , BF_4^- , BrF_4^- , $[Cu(NH_3)_4]^{2+}$, $[FeCl_4]^{2-}$, $[CoCl_4]^{2-}$ and $[PtCl_4]^{2-}$.

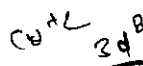
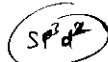
X तथा Z परमाणुओं की स्थिति के आधार पर आकृति का सीमांकन करते हुए वर्ग समतली (square planar) आकृति वाली स्पीशीज की सम्पूर्ण संख्या बतायें । (4)

35. त्रिविम समावयवों (stereoisomers) को सम्मिलित करते हुए अणु भार = 100 वाले सभी समावयवी कीटोनों पर विचार कीजिए। इन सभी समावयवों को $NaBH_4$ से स्वतंत्र रूप से अभिकृत किया गया (नोट : त्रिविम समावयवों को भी अलग से अभिकृत किया गया) । रेसिमिक उत्पाद देने वाले उन कीटोनों की सम्पूर्ण संख्या बतायें । (4)

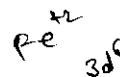
कच्चे कार्य के लिए स्थान



$$4+2 = 6$$



द्विविधता



$$C_x H_y O = 100$$

$$x \times 12 + y \times 1 + 16 = 100$$

$$12x + y = 84$$

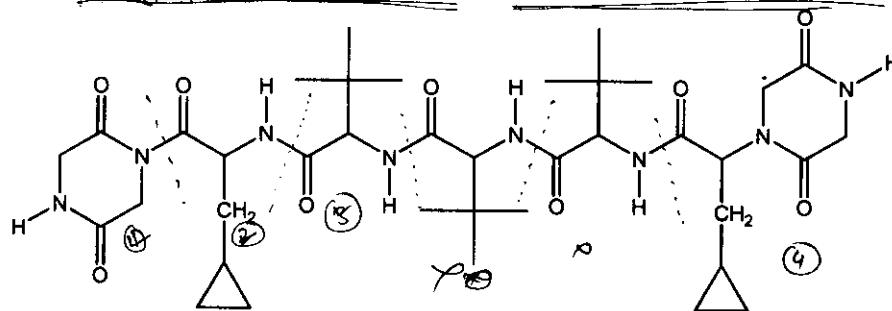
$$18 \times 2 = 36$$

$$72 + 6 = 78$$



* 3

36. MX_2 एक जलीय विलयन में 0.5 की एक वियोजन मात्रा (degree of dissociation) α के साथ M^{2+} तथा X^- में वियोजित होता है। पाये गये जलीय विलयन के हिमांक अवनमन (depression of freezing point) तथा आयनिक वियोजन (dissociation) की अनुपस्थिति में हिमांक अवनमन का अनुपात है : (5)
37. मोलर भार 80 g वाला एक यौगिक H_2X , 0.4 g ml^{-1} घनत्व वाले एक विलायक में घोला गया है। घुलने पर आयतन में कोई परिवर्तन न मानते हुए, 3.2 मोलर (molar) घोल की मोललता (molality) है : (4)
38. यदि आवोगाद्रो संख्या का मान $6.023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ है तथा बोल्ट्समान स्थिरांक का मान $1.380 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ है, तब परिकल्पित सार्वत्रिक गैस स्थिरांक (universal gas constant) में सार्थक अंकों (significant digits) की संख्या है : (4)
 8.311740 8.312
39. एक परमाणु में क्वांटम संख्या $n = 4$, $|m_l| = 1$ तथा $m_s = -1/2$ रखने वाले इलेक्ट्रानों की सम्पूर्ण संख्या है : (3)
40. नीचे दर्शाये पेप्टाइड के पूर्ण अम्लीय जल-अपघटन से प्राप्त भिन्न प्राकृतिक एमीनो अम्लों की सम्पूर्ण संख्या है : (4)



कच्चे कार्य के लिए स्थान

$d = \frac{m}{V}$

$3.2 = \frac{m}{V}$

$\alpha = 20.5$

$3.2 = \frac{m}{d \times m}$

$m = 3.2 \times 0.4 \times 80 \times 1000$

$m = 1027.4$

$n = 4$

$m_l = 1$

$m_s = -1/2$

$s = 0$

$4s^2 + 4p^6 + 4d^10$

$32 + 32 = 64$

$N_A = 6.023 \times 10^{23}$

$K = 1.380 \times 10^{-23}$

6.023×1.380

48184

12069

6023

8.311740

$m = \frac{M}{1000 \times d - m \times M}$

$m = \frac{3.2}{400 - m \times 8.2} \times 100$

19

$m = \frac{\text{विलयन} \times 1000}{\text{विलायक} + \text{विलयन (ml)}}$

PART III : MATHEMATICS

खण्ड - 1 : (एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार)

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।

41. माना कि $a \in \mathbb{R}$ तथा $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ निम्न के द्वारा

$$f(x) = x^5 - 5x + a$$

परिभाषित है। तब

- (A) $a > 4$ के लिये $f(x)$ के तीन वास्तविक मूल (real roots) हैं।
 (B) $a > 4$ के लिये $f(x)$ का केवल एक वास्तविक मूल है।
 (C) $a < -4$ के लिये $f(x)$ के तीन वास्तविक मूल हैं।
 (D) $-4 < a < 4$ के लिये $f(x)$ के तीन वास्तविक मूल हैं।

~~$f(x) = x^5 - 5x + a$~~
 $f'(x) = 5x^4 - 5$
 $5x^4 - 5 = 0$
 $x^4 = 1$
 $x = \pm 1$
 $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

42. माना कि $f: [a, b] \rightarrow [1, \infty)$ एक संतत फलन है तथा $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ निम्नानुसार

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{यदि } x < a, \\ \int_a^x f(t) dt & \text{यदि } a \leq x \leq b, \\ \int_a^b f(t) dt & \text{यदि } x > b. \end{cases}$$

परिभाषित है। तब

- (A) a पर $g(x)$ संतत (continuous) है परन्तु अवकलनीय (differentiable) नहीं है।
 (B) \mathbb{R} पर $g(x)$ अवकलनीय है।
 (C) b पर $g(x)$ संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है।
 (D) a या b पर $g(x)$ संतत एवम् अवकलनीय है परन्तु दोनों पर नहीं।

कच्चे कार्य के लिए स्थान



43. माना कि $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ निम्न के द्वारा

$$f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x e^{-(t+\frac{1}{t})} \frac{dt}{t}$$

$$f'(x) = e^{-(x+\frac{1}{x})} - e^{-(\frac{1}{x}+x)} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{e^{-(x+\frac{1}{x})}}{x} - \frac{e^{-(x+\frac{1}{x})}}{x^2}$$

परिभाषित है। तब

(A) $[1, \infty)$ पर $f(x)$ एकदिष्ट वर्धमान (monotonically increasing) है।

(B) $(0, 1)$ पर $f(x)$ एकदिष्ट ह्रासमान (monotonically decreasing) है।

(C) सभी $x \in (0, \infty)$ के लिये, $f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0$

(D) \mathbb{R} पर $f(2^x)$, x का एक विषम फलन (odd function) है।

$$f'(x) = \frac{e^{-(x+\frac{1}{x})}}{x} - \frac{e^{-(x+\frac{1}{x})}}{x^2}$$

$$= \frac{e^{-(x+\frac{1}{x})}}{x} \left(1 - \frac{1}{x} \right)$$

Handwritten notes: $\frac{2}{x^2}$, $e^{-(5/2)}$, $\frac{1}{x^2}$

44. माना कि 2×2 सममित आव्यूह (symmetric matrix) M के सभी अवयव (elements) पूर्णांक (integer) हैं।

तब M व्युत्क्रमणीय (invertible) है, यदि

(A) M का पहला स्तम्भ M की दूसरी पंक्ति का परिवर्त (transpose) है।

(B) M की दूसरी पंक्ति M के पहले स्तम्भ का परिवर्त है।

(C) M एक विकर्ण आव्यूह (diagonal matrix) है जिसके मुख्य विकर्ण (main diagonal) के अवयव शून्यतर (non-zero) हैं।

(D) M के मुख्य विकर्ण (main diagonal) के अवयवों का गुणनफल किसी भी पूर्णांक का वर्ग नहीं है।

45. एक वृत्त S बिन्दु $(0, 1)$ से गुजरता है तथा वृत्तों $(x-1)^2 + y^2 = 16$ एवम् $x^2 + y^2 = 1$ के लम्बकोणीय (orthogonal) है। तब

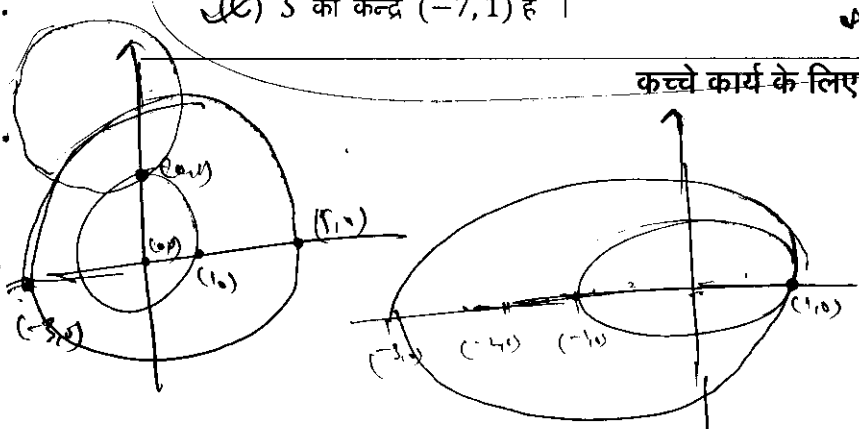
(A) S की त्रिज्या (radius) 8 है।

(B) S की त्रिज्या 7 है।

(C) S का केन्द्र $(-7, 1)$ है।

(D) S का केन्द्र $(-8, 1)$ है।

कच्चे कार्य के लिए स्थान



$$(x+7)^2 + (y-1)^2 = 49$$

$$49 + 0 = 49$$

* 3

21

Handwritten calculations: $49 + \frac{1}{4} = 7$, $64 = 2, 2$



46. माना कि $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, जहाँ $f(-x) = (\log(\sec(-x) + \tan(-x)))^3$
 $f(x) = (\log(\sec x + \tan x))^3$

के द्वारा परिभाषित किया गया है। तब

- (A) $f(x)$ विषम (odd) फलन है। ✓
- (B) $f(x)$ एकैकी (one-one) फलन है। ✗
- (C) $f(x)$ आच्छादक (onto) फलन है। ✓
- (D) $f(x)$ सम (even) फलन है। ✗

47. बिन्दु $P(\lambda, \lambda, \lambda)$ से रेखाओं $y = x, z = 1$ तथा $y = -x, z = -1$ पर डाले गये लम्ब (perpendicular) क्रमशः PQ तथा PR हैं।

यदि $\angle QPR$ समकोण (right angle) है तो λ का(के) सम्भावित मान है(हैं) :

- (A) $\sqrt{2}$
- (B) 1 ✓
- (C) -1
- (D) $-\sqrt{2}$ ✓

48. माना कि सदिशों (vectors) \vec{x}, \vec{y} तथा \vec{z} में प्रत्येक का परिमाण $\sqrt{2}$ हैं तथा प्रत्येक युग्म (pair) के मध्य का कोण $\frac{\pi}{3}$ है। यदि शून्येतर (non-zero) सदिश \vec{a} सदिशों \vec{x} तथा $\vec{y} \times \vec{z}$ के लम्बवत (perpendicular) है एवम् शून्येतर सदिश \vec{b} सदिशों \vec{y} तथा $\vec{z} \times \vec{x}$ के लम्बवत है, तब

- (A) $\vec{b} = (\vec{b} \cdot \vec{z})(\vec{z} - \vec{x})$ ✓
- (B) $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{y} - \vec{z})$ ✓
- (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -(\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{b} \cdot \vec{z})$ ✓
- (D) $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{z} - \vec{y})$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$f'(x) = 3(\log(\sec x + \tan x))^2 \cdot \frac{1}{\sec x + \tan x} \cdot (\sec x \tan x + \sec^2 x)$



49. संतत फलनों (Continuous function) के प्रत्येक युग्म (pair) $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ जिनके लिये अधिकतम $\{f(x): x \in [0, 1]\} =$ अधिकतम $\{g(x): x \in [0, 1]\}$ है, के लिये सत्य कथन है(हैं) :

- (A) किसी $c \in [0, 1]$ के लिये $(f(c))^2 + 3f(c) = (g(c))^2 + 3g(c)$
 (B) किसी $c \in [0, 1]$ के लिये $(f(c))^2 + f(c) = (g(c))^2 + 3g(c)$
 (C) किसी $c \in [0, 1]$ के लिये $(f(c))^2 + 3f(c) = (g(c))^2 + g(c)$
 (D) किसी $c \in [0, 1]$ के लिये $(f(c))^2 = (g(c))^2$

50. माना कि दो 3×3 आव्यूह (matrices) M तथा N इस प्रकार हैं कि $MN = NM$ है। यदि $M \neq N^2$ तथा $M^2 = N^4$ हो, तो

- (A) $(M^2 + MN^2)$ के सारणिक (determinant) का मान शून्य है।
 (B) एक ऐसा 3×3 शून्येतर (non-zero) आव्यूह U है जिसके लिये $(M^2 + MN^2)U$ शून्य आव्यूह है।
 (C) $(M^2 + MN^2)$ के सारणिक का मान ≥ 1 है।
 (D) 3×3 आव्यूह U जिसके लिये $(M^2 + MN^2)U$ शून्य आव्यूह है तो U भी एक शून्य आव्यूह होगा।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

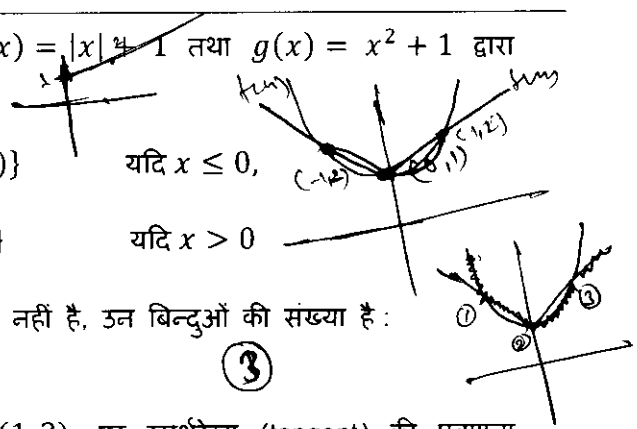


खण्ड - 2 : (एक पूर्णांक मान सही प्रकार)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को हल करने पर परिणाम 0 से 9 (दोनों शामिल) के बीच का एक पूर्णांक मान होगा।

51. माना कि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ तथा $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, क्रमशः $f(x) = |x| + 1$ तथा $g(x) = x^2 + 1$ द्वारा परिभाषित हैं। माना कि फलन $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$h(x) = \begin{cases} \text{अधिकतम } \{f(x), g(x)\} & \text{यदि } x \leq 0, \\ \text{न्यूनतम } \{f(x), g(x)\} & \text{यदि } x > 0 \end{cases}$$



द्वारा परिभाषित है। जहाँ $h(x)$ अवकलनीय (differentiable) नहीं है, उन बिन्दुओं की संख्या है:

3

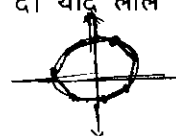
52. वक्र (curve) $(y - x^5)^2 = x(1 + x^2)^2$ के बिन्दु $(1, 3)$ पर स्पर्शरेखा (tangent) की प्रवणता (slope) है:

$$y^2 + x^{10} - 2x^5y = x(1 + x^2 + 2x^2)$$

$$y^2 + x^{10} - 2x^5y = x + x^5 + 2x^3$$

8

53. माना कि $n \geq 2$ एक पूर्णांक है। एक वृत्त पर n विभिन्न बिन्दु लेकर उन बिन्दुओं के प्रत्येक युग्म को रेखाखण्ड से जोड़े। इन रेखाखण्डों में से आसन्न बिन्दुओं (adjacent points) को जोड़ने वाले प्रत्येक रेखाखण्ड को नीला तथा अन्य रेखाखण्डों को लाल रंग दें। यदि लाल व नीले रेखाखण्डों की संख्या समान है, तो n का मान है:



4

54. माना कि \vec{a}, \vec{b} , तथा \vec{c} तीन असमतलीय (non-coplanar) इकाई सदिश हैं, जिनके प्रत्येक युग्म के मध्य का कोण $\frac{\pi}{3}$ है। यदि $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$ जहाँ p, q एवम् r अदिश (scalars) हैं;

2

तब $\frac{p^2 + 2q^2 + r^2}{q^2}$ का मान है

Handwritten calculations for question 54:

$$2(y-x^5) \cdot \left(\frac{dy}{dx} - 5x^4\right) = \dots$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+x^2)^2 + 2x^2(1+x^2)}{2(y-x^5)}$$

$$= \frac{4 + 4x^2 + 10x^2}{2(y-x^5)}$$

$$= \frac{4 + 14x^2}{2(y-x^5)}$$

$$= \frac{2 + 7x^2}{y-x^5}$$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$2y \cdot \frac{dy}{dx} - 2 \left[\frac{dy}{dx} \cdot x^5 + 5x^4 \cdot y \right] = 1 + 5x^4 + 6x^2 - 10x^9$$

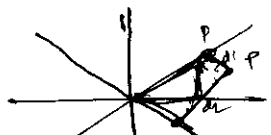
$$2y \cdot \frac{dy}{dx} - 2 \left[\frac{2y-x^5}{y-x^5} \cdot x^5 + 5x^4 \cdot y \right] = 1 + 5x^4 + 6x^2 - 10x^9$$

$$= \frac{1 + 5x^4 + 6x^2 - 10x^9 + 10x^9 - 2x^5}{2y - 2x^5}$$

$$= \frac{1 + 5x^4 + 6x^2 - 10x^9}{2 - 2x^5}$$

Final answer: 2

2, 5, 4



55. समतल में स्थित किसी बिन्दु P से रेखाओं $x - y = 0$ तथा $x + y = 0$ की दूरी क्रमशः $d_1(P)$ तथा $d_2(P)$ है। यदि क्षेत्र R उन सभी बिन्दुओं P से बना है जो प्रथम चतुर्थांश (quadrant) में स्थित हैं तथा $2 \leq d_1(P) + d_2(P) \leq 4$ को सन्तुष्ट करते हैं, तब क्षेत्र R का क्षेत्रफल है:

5

56. निम्न

2

$$\int_0^1 4x^3 \left\{ \frac{d^2}{dx^2} (1-x^2)^5 \right\} dx$$

का मान है :

$a, b, c \rightarrow \text{in AP}$
 $b^2 = ac$

$x^3 = t$
 $3x^2 \frac{dx}{dt} = \frac{dt}{dx}$

57

माना कि a, b, c धनात्मक पूर्णांक (positive integer) हैं तथा $\frac{b}{a}$ एक पूर्णांक है। यदि a, b, c गुणोत्तर श्रेणी (geometric progression) में हैं तथा a, b, c का समान्तर माध्य (arithmetic mean) $b + 2$ है, तो

$\frac{a^2 + a - 14}{a + 1}$

$2b = a + c$
 $b + 2 = \frac{a + c}{2}$

$\left(\frac{a+c}{2} - 2\right)^2 = 9c$

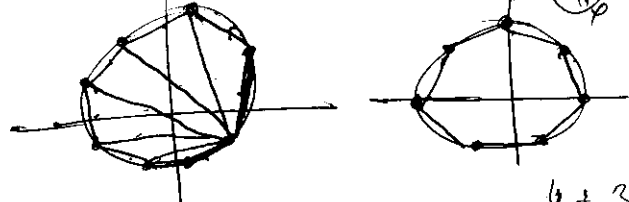
का मान है :

$1 + 25 + 5 + 16 - 8 \times 6$
 $30 + 12 - 48 = 0$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$b = \frac{a+c-4}{2}$

$\frac{(a+c)^2}{4} + 4 - 2(a+c) = 9c$
 $a^2 + c^2 + 2ac + 4 - 2a - 2c = 9c$



$\vec{a} \times \vec{b}$

$|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta + |\vec{a}| |\vec{c}| \sin \theta$
 $2 \times \frac{1}{2} = 1$

$(p+q+r)^2 = 1$
 $(p^2 + q^2 + r^2) = 1$

$(p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}) \cdot (p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c})$
 $= p^2 + q^2 + r^2 + 2pq\vec{a} \cdot \vec{b} + 2pr\vec{a} \cdot \vec{c} + 2qr\vec{b} \cdot \vec{c}$

*3

$1 = p^2 + q^2 + r^2 + 2pq \times \frac{1}{2} + 2pr \times \frac{1}{2} + 2qr \times \frac{1}{2}$

25

$1 = p^2 + q^2 + r^2 + pq + pr + qr$

$9 + 49 + 21 + 16 - 80 = 0$



~~1, 2, 3, 4, 5~~

2, 3, 4, 5, 6 → ①

58. यदि $n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < n_5$ इस प्रकार के धनात्मक पूर्णांक हैं जिनके लिये

$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 20$ है। तब ऐसे विभिन्न विन्यासों (distinct arrangements) $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5)$ की कुल संख्या है:

6

~~1, 2, 3, 4, 6~~

1, 2, 4, 6, 7 → ②

59. एक अक्रणात्मक (non-negative) पूर्णांक a जिसके लिये निम्न

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{-ax + \sin(x-1) + a}{x + \sin(x-1) - 1} \right\}^{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}} = \frac{1}{4}$$

6

1, 2, 4, 5, 7 → ③

~~2, 3, 5, 6, 7~~

~~2, 4, 5, 6, 8~~

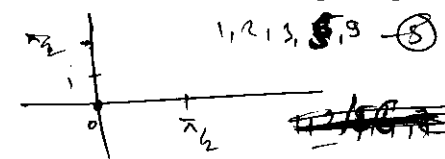
1, 2, 3, 6, 8 → ④

सत्य है, तो a का अधिकतम मान है:

60. माना कि $f: [0, 4\pi] \rightarrow [0, \pi]$, $f(x) = \cos^{-1}(\cos x)$ के द्वारा परिभाषित है। तब $[0, 4\pi]$ में समीकरण

6

$$f(x) = \frac{10-x}{10}$$



को संतुष्ट करने वाले बिंदुओं की संख्या है

1, 2, 3, 5, 9 → ⑤

1, 2, 4, 5, 8 → ⑥

कच्चे कार्य के लिए स्थान

~~2, 3, 4, 5, 6~~
1, 2, 4, 8

$2 \cos x \times 2 \times 0.3$
 $\approx 0.6 \times 2 \times 0.3$
19818

$$\lim_{n \rightarrow 1} \left(\frac{-an + \sin(n-1) + a - 2 - \sin(n-1) + 1}{x + \sin(n-1) - 1} \right) \times \frac{1-f_n}{1-x} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow 1} (-an + 1) = -\ln 4$$

$$\cos^{-1}(\cos n) = \frac{10-n}{10}$$

$$\cos n = \cos\left(\frac{10-n}{10}\right)$$

$$f'(n) = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 n}}$$

$$\left(\frac{-a + \cos(n-1) - 1 - \cos(n-1)}{1 + \cos(n-1)} \right) \times \dots$$

$$f'(n) \approx 1$$

$$f'(a) \approx \frac{1}{10}$$

